Arbeitsblatt: Gebrochen rationale Funktionen

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Wo hat 5 durch x plus 3 eine Polstelle?

Polstelle von $\frac{5}{x+3}$

2 Welche waagrechte Asymptote hat 2x durch x plus 1?

Waagrechte Asymptote von $\frac{2x}{x+1}$

3 Hat x² − 1 durch x − 1 eine Definitionslücke, und welche Art?

$\frac{x^2-1}{x-1}$: Lücke?

4 Wo liegt die Nullstelle von x minus 4 durch x plus 2?
Nullstelle von $\frac{x-4}{x+2}$

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Polstelle: Nenner ...

☐ a) = 0 ☐ b) = 1

2. Asymptote von $\frac{1}{x}$:

☐ a) $y=0$ ☐ b) $y=1$

3. Graph von $\frac{1}{x}$ heißt ...

☐ a) Parabel ☐ b) Hyperbel

4. Definitionsmenge von $\frac{1}{x-2}$?

☐ a) $\mathbb{R}$ ☐ b) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
☐ c) $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$

5. Welche Aussage beschreibt einen typischen Fehler?

☐ a) Polstellen als Nullstellen ansehen.
☐ b) Polstelle: Nenner = 0, Zähler $\neq 0$ $\rightarrow$ senkrechte Asymptote.
☐ c) Waagrechte Asymptote: Zählergrad $<$ Nennergrad $\rightarrow$ $y=0$; gleicher Grad → Quotient der Leitkoeffizienten.

6. Was ist ein typischer Fehler bei diesem Thema?

☐ a) Hebbare Lücken als Polstellen behandeln.
☐ b) Hebbare Lücke: Nenner und Zähler werden 0 → kürzen.
☐ c) Polstelle: Nenner = 0, Zähler $\neq 0$ $\rightarrow$ senkrechte Asymptote.

Lösungen: Gebrochen rationale Funktionen

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Wo hat 5 durch x plus 3 eine Polstelle?**

Polstelle von $\frac{5}{x+3}$

- Gegeben: $f(x)=\frac{5}{x+3}$. Gesucht: Polstelle.
- Polstellen liegen dort, wo der Nenner 0 wird (und der Zähler nicht).
- $x+3=0 \;\rightarrow\; x=-3$.
- Zähler dort: $5\neq 0 \;\rightarrow$ echte Polstelle, der Graph strebt gegen ±∞.

Ergebnis: $x=-3$

2 **Welche waagrechte Asymptote hat 2x durch x plus 1?**

Waagrechte Asymptote von $\frac{2x}{x+1}$

- Gegeben: $f(x)=\frac{2x}{x+1}$. Gesucht: waagrechte Asymptote.
- Für große |x| zählen nur die höchsten Potenzen: $\frac{2x}{x}$.
- Zähler- und Nennergrad sind gleich (1) → Asymptote y = Quotient der Leitkoeffizienten.
- $\frac{2}{1}=2$.

Ergebnis: $y=2$

3 **Hat x² − 1 durch x − 1 eine Definitionslücke, und welche Art?**

$\frac{x^2-1}{x-1}$: Lücke?

- Gegeben: $\frac{x^2-1}{x-1}$. Frage: Lücke?
- Nenner 0 bei $x=1$.
- Zähler faktorisieren: $x^2-1=(x-1)(x+1)$.
- $(x-1)$ kürzt sich $\;\rightarrow\; f(x)=x+1$ für $x\neq 1$.
- Der Graph ist die Gerade $x+1$ mit einem „Loch“ bei (1 | 2).

Ergebnis: hebbar bei $x=1$

4 **Wo liegt die Nullstelle von x minus 4 durch x plus 2?**

Nullstelle von $\frac{x-4}{x+2}$

- Gegeben: $\frac{x-4}{x+2}$. Gesucht: Nullstelle.
- Ein Bruch ist 0, wenn der Zähler 0 ist (und der Nenner nicht).
- $x-4=0 \rightarrow x=4$; Nenner dort $6 \neq 0$ ✓.

Ergebnis: $x=4$

Kurz-Check

1. a) = 0 – Gleich null.
2. a) $y=0$ – y gleich 0.
3. b) Hyperbel – Hyperbel.
4. b) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ – Der Nenner darf nicht null sein.
5. a) Polstellen als Nullstellen ansehen. – Falsch ist: Polstellen als Nullstellen ansehen. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.
6. a) Hebbare Lücken als Polstellen behandeln. – Falsch ist: Hebbare Lücken als Polstellen behandeln. Die anderen beiden Aussagen sind richtig.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/509-gebrochen-rationale-funktionen.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.