Arbeitsblatt: Der Pythagoräische Lehrsatz

4 Aufgaben mit Rechenfeldern und Kurz-Check – mit ausführlichen Lösungen

Mit Max üben

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

1 Die Katheten sind 5 und 12 lang. Wie lang ist die Hypotenuse?
$a = 5$, $b = 12$: c?

2 Die Hypotenuse ist 25, eine Kathete 7 lang. Wie lang ist die andere Kathete?
$c = 25$, $a = 7$: b?

3 Wie lang ist die Diagonale eines Rechtecks mit 9 mal 12 Zentimetern?
Rechteck 9 × 12 cm: Diagonale?

4 Höhe eines gleichseitigen Dreiecks mit $a = 6\,\text{cm}$?

Kurz-Check: Kreuze die richtige Antwort an.

1. Welche Seite steht allein auf einer Seite der Gleichung?

☐ a) eine Kathete ☐ b) die Hypotenuse

2. $a = 3$, $b = 4 \rightarrow c = \ldots$

☐ a) 5 ☐ b) 7

3. Gilt der Satz in jedem Dreieck?

☐ a) ja ☐ b) nur im rechtwinkeligen

4. $a = 6$, $b = 8$: c?

☐ a) 14 ☐ b) 48
☐ c) 10

5. Diagonale eines Quadrats mit $a = 1$?

☐ a) 2 ☐ b) √2
☐ c) 1

6. Bilden 5, 12, 13 ein rechtwinkeliges Dreieck?

☐ a) nein ☐ b) ja

Lösungen: Der Pythagoräische Lehrsatz

Zuerst selbst rechnen – dann vergleichen. Jeder Schritt ist erklärt.

1 **Die Katheten sind 5 und 12 lang. Wie lang ist die Hypotenuse?**
$a = 5$, $b = 12$: c?

- Gegeben: die Katheten $a = 5$ und $b = 12$. Gesucht: die Hypotenuse c.
- Die Katheten liegen am rechten Winkel an, c liegt ihm gegenüber. Weil c gesucht ist, addieren wir: $c^2 = a^2 + b^2$.
- Quadrate berechnen: $a^2 = 5^2 = 25$ und $b^2 = 12^2 = 144$.
- Addieren: $c^2 = 25 + 144 = 169$.
- Wurzel ziehen (eine Länge ist positiv): $c = \sqrt{169} = 13$.
- Plausibel? c ist größer als beide Katheten ✓ (5 – 12 – 13 ist ein pythagoräisches Tripel).

Ergebnis: 13

2 **Die Hypotenuse ist 25, eine Kathete 7 lang. Wie lang ist die andere Kathete?**
$c = 25$, $a = 7$: b?

- Gegeben: Hypotenuse $c = 25$ und Kathete $a = 7$. Gesucht: die Kathete b.
- Hier fehlt eine Kathete – deshalb wird subtrahiert: $b^2 = c^2 - a^2$.
- Quadrate: $c^2 = 25^2 = 625$ und $a^2 = 7^2 = 49$.
- Subtrahieren: $b^2 = 625 - 49 = 576$.
- Wurzel ziehen: $b = \sqrt{576} = 24$ (denn $24 \cdot 24 = 576$).
- Kontrolle: $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625 = 25^2$ ✓.

Ergebnis: 24

3 **Wie lang ist die Diagonale eines Rechtecks mit 9 mal 12 Zentimetern?**
Rechteck 9 × 12 cm: Diagonale?

- Gegeben: Rechteck 9 cm × 12 cm. Gesucht: die Diagonale d.
- Die Diagonale teilt das Rechteck in zwei rechtwinkelige Dreiecke. Die Seiten 9 und 12 sind die Katheten, d ist die Hypotenuse.
- Ansatz: $d^2 = 9^2 + 12^2$.
- Rechnen: $81 + 144 = 225$.
- Wurzel: $d = \sqrt{225} = 15$.

Ergebnis: 15 cm

4 **Höhe eines gleichseitigen Dreiecks mit $a = 6\,\text{cm}$?**

- Gegeben: gleichseitiges Dreieck mit $a = 6\,\text{cm}$. Gesucht: die Höhe h.
- Die Höhe fällt senkrecht auf die Grundseite und halbiert sie. Es entsteht ein rechtwinkeliges Dreieck.
- In diesem Dreieck: Hypotenuse $= 6\,\text{cm}$ (die Seite), Katheten $= 3\,\text{cm}$ (halbe Grundseite) und h.
- Kathete gesucht → minus: $h^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$.
- Wurzel: $h = \sqrt{27} \approx 5{,}196$.
- Allgemein gilt: $h = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2} = 6 \cdot 0{,}866 \approx 5{,}20$ ✓.

Ergebnis: $\approx 5{,}20\,\text{cm}$

Kurz-Check

1. b) die Hypotenuse – Die Hypotenuse c.
2. a) 5 – 5.
3. b) nur im rechtwinkeligen – Nur im rechtwinkeligen.
4. c) 10 – Wurzel aus 36 plus 64.
5. b) √2 – Wurzel aus 1 plus 1.
6. b) ja – 25 plus 144 gleich 169.

Noch unsicher? Auf www.team-plus.at/mathematik/307-der-pythagoraeische-lehrsatz.html erklärt dir Max das Thema Schritt für Schritt – kostenlos. Persönliche Nachhilfe: 01/503 94 10.

QR Code ist eine eingetragene Marke der DENSO WAVE INCORPORATED in Japan und anderen Ländern.