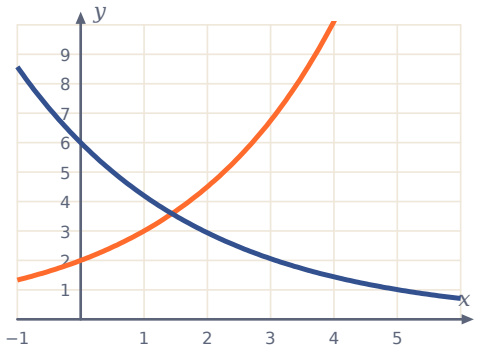
FA 5 – Exponentialfunktion

$f(x) = a \cdot b^x$ und $a \cdot e^{\lambda x}$: Wachstum und Zerfall, Verdopplungs- und Halbwertszeit, prozentuelle Änderung.

Formen

$$f(x) = a \cdot b^x = a \cdot e^{\lambda x} \qquad \text{mit } b = e^{\lambda},\ \lambda = \ln b$$



Wachstum $b = 1{,}5$ (orange), Zerfall $b = 0{,}7$ (blau)

Eigenschaften

- Gleiche Zeitspanne → gleicher Faktor (nicht gleiche Differenz!).
- $b > 1$ bzw. $\lambda > 0$: Wachstum; $0 < b < 1$ bzw. $\lambda < 0$: Abnahme
- Verdopplungszeit: $t = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$; Halbwertszeit: $t = \dfrac{\ln 0{,}5}{\lambda}$

Diese Grundkompetenz ist Teil der standardisierten Reifeprüfung (AHS). Typische Typ-1-Aufgaben prüfen genau die hier zusammengefassten Inhalte.

Beispiele

Beispiel 1

+3 % pro Jahr: b = 1,03, $\lambda = \ln 1{,}03 \approx 0{,}0296$

Beispiel 2

Halbwertszeit 8 Tage: $b = 0{,}5^{1/8} \approx$ 0,917

Typische Fehler

- Lineares und exponentielles Wachstum verwechseln.
- −10 % als $b = -0{,}1$ schreiben.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
$f(x) = 200 \cdot 0{,}9^x$: prozentuelle Abnahme?	10 % pro Einheit
Verdopplungszeit bei $\lambda = 0{,}1$	$\approx 6{,}93$
Erkennt man exponentielles Wachstum an konstanter Differenz?	nein, an konstantem Quotienten
$bzu\lambda = -0{,}2$	$\approx 0{,}819$