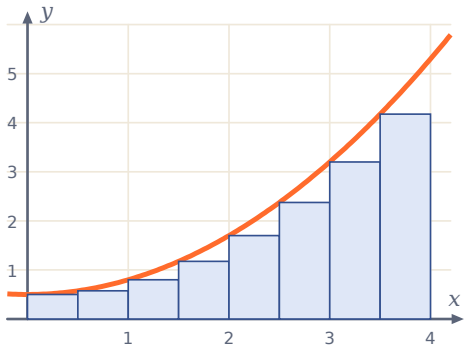
AN 4 – Summation und Integral

Bestimmtes Integral als Summe und Fläche, Rechenregeln und Anwendungen wie Weg aus Geschwindigkeit.

Integral als Summe



Untersumme: Rechtecke nähern die Fläche an

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$$

Regeln

- $\int (f+g) = \int f + \int g$; $\int k \cdot f = k \cdot \int f$
- $\int_a^b + \int_b^c = \int_a^c$
- Liegt f unter der x-Achse, ist das Integral negativ.

Deutung

Integral der Geschwindigkeit = zurückgelegter Weg; Integral der Grenzkosten = Kostenänderung.

Diese Grundkompetenz ist Teil der standardisierten Reifeprüfung (AHS). Typische Typ-1-Aufgaben prüfen genau die hier zusammengefassten Inhalte.

Beispiele

Beispiel 1

$\int_0^2 3x^2\,\mathrm{d}x = [x^3]_0^2 =$ 8

Beispiel 2

$v(t) = 2t\,(\mathrm{m/s})$: Weg in den ersten $5\,\mathrm{s} = \int_0^5 2t\,\mathrm{d}t =$ 25 m

Typische Fehler

- Integral und Fläche gleichsetzen, wenn f negative Teile hat.
- F(a) − F(b) rechnen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
$\int_{1}^{3} 2x \, \mathrm{d}x$	8
$\int_{0}^{\pi} \sin x \, \mathrm{d}x$	2
Was bedeutet $\int_{0}^{10} v(t) \, \mathrm{d}t$?	Weg in den ersten 10 Sekunden
$\int_{-1}^{1} x^3 \, \mathrm{d}x$	0