AG 3 – Vektoren

Vektoren in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$: Rechenoperationen, Parallelität, Orthogonalität, Geraden in Parameterform.

Vektoren als Pfeile und Listen

Ein Vektor kann eine Verschiebung (Pfeil) oder eine Liste von Werten sein (z. B. Stückzahlen (3|5|2)).

Operation	Formel
Addition	$a + b$ komponentenweise
Vielfaches	$k \cdot a$
Skalarprodukt	$a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2 (+ a_3 b_3)$
Betrag	$\lvert a \rvert = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

Parallel und orthogonal

- parallel: $a = k \cdot b$
- orthogonal: $a \cdot b = 0$
- Normalvektor in $\mathbb{R}^2$: zu ($a_1|a_2$) z. B. ($-a_2|a_1$)

Geraden

$$g: X = P + t \cdot a$$

Parameterform – P Punkt, a Richtungsvektor

Diese Grundkompetenz ist Teil der standardisierten Reifeprüfung (AHS). Typische Typ-1-Aufgaben prüfen genau die hier zusammengefassten Inhalte.

Beispiele

Beispiel 1

Preise $p = (2|3|1{,}5)$, Mengen $m = (10|4|6)$: $p \cdot m = 20 + 12 + 9 =$ 41 € Gesamtpreis

Beispiel 2

Gerade durch A(1|2) und B(4|6): $X = (1|2) + t \cdot (3|4)$

Typische Fehler

- Skalarprodukt als Vektor angeben.
- Vektoren nur geometrisch, nicht als Listen deuten.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Sind (2|−4) und (−1|2) parallel?	ja
Für welches t ist (3|t) ∥ (2|6)?	$t = -1$
Liegt (7|10) auf $X = (1\|2) + t(3\|4)$?	ja, $t = 2$
Was bedeutet $a \cdot b$ bei Preis- und Mengenvektor?	Gesamtkosten