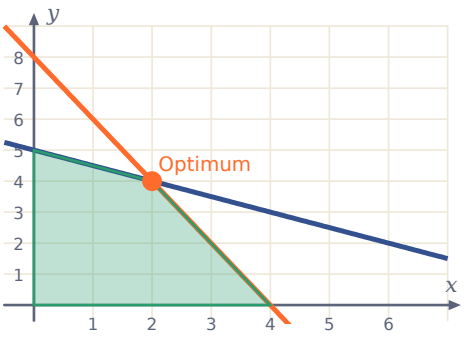
Lineare Optimierung – Simplexalgorithmus

Zielfunktion maximieren unter Nebenbedingungen: grafische Lösung und das Simplexverfahren.

Das Modell

- Zielfunktion: $Z = c_1 x + c_2 y \to \max$ (oder min)
- Nebenbedingungen: lineare Ungleichungen (Ressourcen)
- Nichtnegativität: $x \geq 0$, $y \geq 0$

Grafische Lösung



$2x + y \leq 8$, $x + 2y \leq 10$: *Optimum in einer Ecke*

Das Optimum liegt immer in einer Ecke des Lösungsbereichs. Man verschiebt die Zielgerade parallel, bis sie den Bereich gerade noch berührt.

Simplexalgorithmus

Für mehr als zwei Variablen: Schlupfvariablen einführen, Simplextableau aufstellen, Pivotspalte (negativster Wert in der Zielzeile) und Pivotzeile (kleinster Quotient) wählen und so lange umformen, bis die Zielzeile keine negativen Werte mehr hat.

Beispiele

Beispiel

$Z = 3x + 4y \to \max$, $2x + y \leq 8$, $x + 2y \leq 10$: Ecken (0|0) → 0, (4|0) → 12, (2|4) → 22, (0|5) → 20 → Optimum (2|4)

Typische Fehler

- Die Nichtnegativitätsbedingungen vergessen.
- Beim Simplex den Quotienten mit negativen Elementen bilden.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
$Z = x + y$, Ecken (0|0), (3|0), (2|2), (0|3): Maximum?	4 bei (2|2)
Wo liegt das Optimum immer?	in einer Ecke
Was sind Schlupfvariablen?	nicht genutzte Ressourcen
$Z = 5x + 2y$ mit Ecken wie im Beispiel: Optimum?	(4|0), $Z = 20$