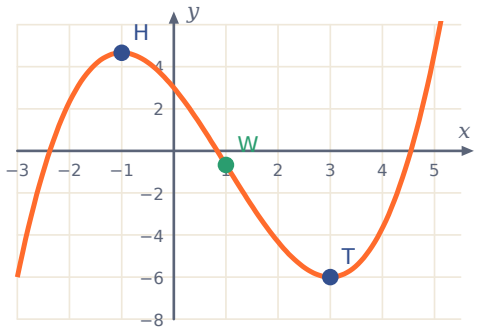
Die Kurvendiskussion

Eine Funktion vollständig untersuchen: Nullstellen, Extrempunkte, Wendepunkte, Monotonie und Krümmung.

Ablauf

Schritt	Bedingung
Nullstellen	$f(x) = 0$
Extremstellen	$f'(x) = 0$ und $f''(x) \neq 0$
Hochpunkt / Tiefpunkt	$f''(x) < 0$ / $f''(x) > 0$
Wendestellen	$f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$
Monotonie	$f' > 0$ steigend, $f' < 0$ fallend
Krümmung	$f'' > 0$ linksgekrümmt, $f'' < 0$ rechtsgekrümmt



$f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 3$ *mit Hochpunkt H, Tiefpunkt T, Wendepunkt W*

Beispiele

Beispiel

$f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 3$: $f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = -1, 3$; $f''(x) = 2x - 2$: $f''(-1) < 0 \rightarrow H\left(-1 \middle| \frac{14}{3}\right)$, $f''(3) > 0 \rightarrow$ T(3|−6); $f'' = 0 \rightarrow W\left(1 \middle| -\frac{2}{3}\right)$

Typische Fehler

- $f'(x) = 0$ reicht nicht – Sattelpunkte prüfen!
- y-Werte mit f' statt mit f berechnen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Extrempunkte von $x^2 - 4x + 1$	T(2|−3)
Wendestelle von $x^3 - 6x^2$	$x = 2$
Wo ist $x^3 - 3x$ monoton fallend?	$-1 < x < 1$
Hoch- und Tiefpunkt von $x^3 - 3x$	H(−1|2), T(1|−2)