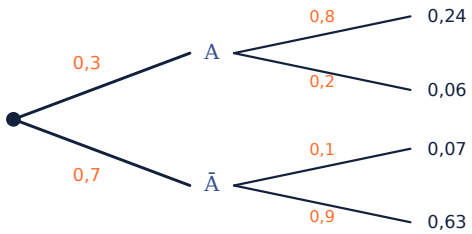
Die Wahrscheinlichkeitsrechnung

Laplace-Wahrscheinlichkeit, Baumdiagramme, Additions- und Multiplikationsregel, bedingte Wahrscheinlichkeit und Bayes.

Laplace-Wahrscheinlichkeit

$$P(E) = \frac{\text{günstige}}{\text{mögliche Ausgänge}}$$

Baumdiagramm



Pfadregel: entlang des Pfades multiplizieren; Summenregel: Pfade addieren

Regeln

Regel	Formel
Gegenereignis	$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$
Additionsregel	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
unabhängig	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
bedingt	$P(B\|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Beispiele

Beispiel 1

Würfel: P(gerade) $= \frac{3}{6} =$ 0,5

Beispiel 2

Baum oben: $P(B) = 0{,}24 + 0{,}07 = 0{,}31$; $P(A|B) = \frac{0{,}24}{0{,}31} \approx$ 0,774 (Bayes)

Beispiel 3

Mindestens ein Sechser bei 4 Würfen: $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx$ 0,518

Typische Fehler

- Abhängige Ereignisse als unabhängig behandeln.
- „Mindestens einmal“ direkt statt über das Gegenereignis rechnen.
- P(A|B) und P(B|A) verwechseln.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
P(Summe 7) mit zwei Würfeln	$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
Zwei Münzen: P(zweimal Kopf)	0,25
$P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}5$, unabhängig: P(A ∩ B)	0,2
Mindestens einmal Kopf bei 3 Würfen	0,875