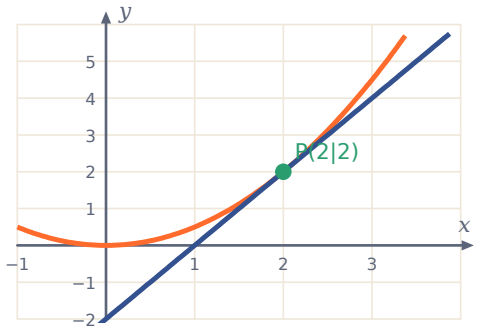
Die Differenzialrechnung

Ableitung als momentane Änderungsrate und Tangentensteigung – mit allen Ableitungsregeln.

Die Ableitung

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Differenzialquotient = Steigung der Tangente



Tangente $an f(x) = 0{,}5x^2 in x = 2$*: Steigung* $f'(2) = 2$

Ableitungsregeln

Regel	Formel
Potenzregel	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
Konstante	$(c)' = 0$, $(c \cdot f)' = c \cdot f'$
Summenregel	$(f+g)' = f' + g'$
Produktregel	$(f \cdot g)' = f'g + fg'$
Quotientenregel	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
Kettenregel	$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Spezielle: $(e^x)' = e^x$, $(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $(\sin x)' = \cos x$, $(\cos x)' = -\sin x$

Beispiele

Beispiel 1

$f(x) = 3x^4 - 2x + 7 \;\rightarrow\; f'(x) = \; 12x^3 - 2$

Beispiel 2

$f(x) = (2x+1)^3 \;\rightarrow\; f'(x) = 3(2x+1)^2 \cdot 2 = \; 6(2x+1)^2$

Typische Fehler

- Konstanten nicht zu 0 ableiten.
- Bei der Kettenregel die innere Ableitung vergessen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
(x⁵)'	5x⁴
$(4x^2 - 3x)'$	$8x - 3$
$(x \cdot e^x)'$	$e^x + x \cdot e^x$
$(\sqrt{x})'$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
Tangente $anx^2inx = 3$	$y = 6x - 9$