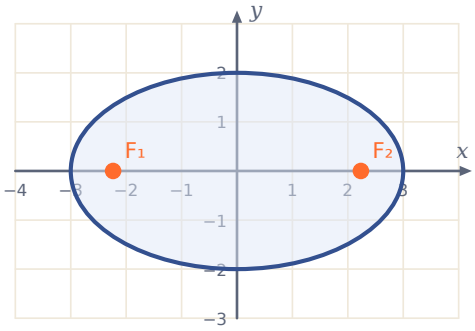
Kegelschnitte

Kreis, Ellipse, Hyperbel und Parabel – Gleichungen in Hauptlage, Brennpunkte und Tangenten.

Was sind Kegelschnitte?

Schneidet man einen Doppelkegel mit einer Ebene, entstehen je nach Neigung Kreis, Ellipse, Parabel oder Hyperbel.

Kurve	Gleichung (Hauptlage)
Kreis	$x^2 + y^2 = r^2$
Ellipse	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
Hyperbel	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
Parabel	$y^2 = 2px$



Ellipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ *mit Brennpunkten F₁, F₂*

Brennpunkte

- Ellipse: $e^2 = a^2 - b^2$; Summe der Abstände zu F₁, F₂ ist 2a.
- Hyperbel: $e^2 = a^2 + b^2$; Differenz der Abstände ist 2a.
- Kreis mit Mittelpunkt M(m|n): $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Beispiele

Beispiel 1

Ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$: $a = 5$, $b = 3$, e = 4

Beispiel 2

Kreis $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 12 \;\rightarrow\; (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$: M(2|−3), $r = 5$

Typische Fehler

- Bei der Ellipse $e^2 = a^2 + b^2$ rechnen (das gilt für die Hyperbel!).
- Beim Ergänzen zum vollständigen Quadrat die Konstante vergessen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Mittelpunkt und Radius von $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 9$	M(−1|4), $r = 3$
Brennpunkte von $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$	$(\pm 3 \mid 0)$
Liegt (3|4) auf $x^2 + y^2 = 25$?	ja
e der Hyperbel $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$	5