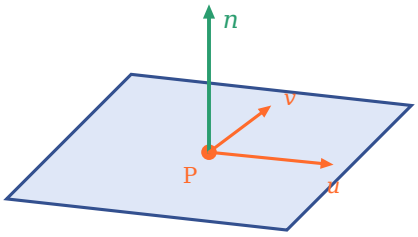
Die Ebene – Ebenengleichungen

Ebenen im Raum: Parameterform, Normalvektorform und allgemeine Ebenengleichung.

Darstellungsformen

Form	Gleichung
Parameterform	$X = P + s \cdot u + t \cdot v$
Normalvektorform	$n \cdot X = n \cdot P$
allgemeine Form	$ax + by + cz = d$, $n = (a\|b\|c)$



Ebene durch P, aufgespannt von u und v; n steht normal darauf

Normalvektor

Der Normalvektor steht normal auf allen Richtungsvektoren: $n = u \times v$ (Kreuzprodukt). Aus der allgemeinen Form liest man ihn direkt ab.

Beispiele

Beispiel 1

Ebene durch P(1|2|3) mit $n = (2|-1|4)$: $2x - y + 4z = 2 - 2 + 12 \;\rightarrow\; 2x - y + 4z = 12$

Beispiel 2

Liegt Q(4|0|1) auf der Ebene? $8 - 0 + 4 = 12$ ✓ → ja

Typische Fehler

- Normalvektor und Richtungsvektor verwechseln.
- Beim Einsetzen des Punktes Vorzeichenfehler.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Normalvektor von $3x + y - 2z = 5$	(3|1|−2)
Ebene durch (0|0|0) mit $n = (1\|1\|1)$	$x + y + z = 0$
Schnittpunkt von $x + y + z = 6$ mit der z-Achse	(0|0|6)
Sind $2x + y = 1$ und $4x + 2y = 5$ parallel?	ja