Der Logarithmus und logarithmische Gleichungen

Die Umkehrung des Potenzierens: Definition, Rechenregeln, lg, ln und logarithmische Gleichungen.

Definition

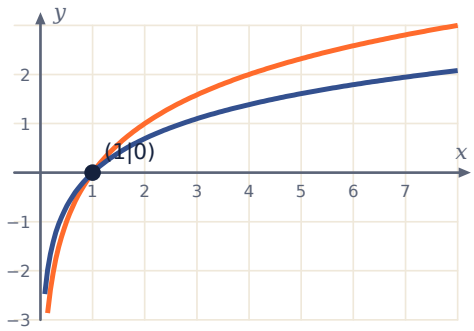
$$\log_a b = x \;\Leftrightarrow\; a^x = b$$

„Mit welcher Hochzahl muss ich a potenzieren, um b zu erhalten?“

Schreibweise	Basis
lg x (log x)	10
ln x	$e \approx 2{,}718$
ld x	2

Rechenregeln

Regel	Beispiel
$\log(u \cdot v) = \log u + \log v$	$\lg 20 = \lg 2 + \lg 10$
$\log\left(\frac{u}{v}\right) = \log u - \log v$	
$\log(u^r) = r \cdot \log u$	$\lg 1000 = 3 \cdot \lg 10 = 3$
$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a}$	$\log_2 8 = \frac{\lg 8}{\lg 2} = 3$



log₂ x (orange) und ln x (blau) – beide gehen durch (1|0)

Beispiele

Beispiel 1

$\log_3 81 =$ 4, weil $3^4 = 81$

Beispiel 2

$\lg(x+2) = 2 \;\rightarrow\; x + 2 = 100 \;\rightarrow\; x = 98$

Typische Fehler

- $\log(u+v) = \log u + \log v$ rechnen.
- Logarithmus negativer Zahlen bilden wollen.
- Definitionsmenge bei Gleichungen nicht prüfen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
$\log_2 32$	5
$\lg 0{,}01$	-2
$\ln e^3$	3
$\log_5 x = 3$	$x = 125$
$\lg x + \lg 4 = 2$	$x = 25$