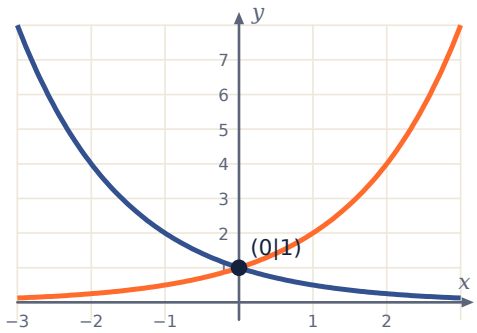
Exponentialfunktion und Exponentialgleichungen

$f(x) = c \cdot a^x$: exponentielles Wachstum und Abnahme, Verdopplungs- und Halbwertszeit und Gleichungen lösen.

Die Exponentialfunktion

$$f(x) = c \cdot a^x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

c … Anfangswert, a … Wachstumsfaktor



2ˣ (Wachstum) und 0,5ˣ (Abnahme)

- $a > 1$: Wachstum; $0 < a < 1$: Abnahme
- Prozentuelle Änderung p %: $a = 1 \pm \frac{p}{100}$
- Alle Graphen gehen durch (0|c), die x-Achse ist Asymptote.

Exponentialgleichungen

Gleiche Basis herstellen oder logarithmieren: $2^x = 32 \rightarrow x = 5$; $3^x = 20 \rightarrow x = \frac{\log 20}{\log 3} \approx 2{,}73$.

Beispiele

Beispiel 1

Bakterien verdoppeln sich stündlich, Start 500: $N(t) = 500 \cdot 2^t \rightarrow N(5) =$ 16 000

Beispiel 2

Wertverlust 15 % pro Jahr: $W(t) = W_0 \cdot 0{,}85^t$

Typische Fehler

- Exponentielles mit linearem Wachstum verwechseln.
- Abnahme um 20 % als $a = 0{,}2$ statt 0,8 schreiben.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
$4^x = 64$	$x = 3$
$5^x = \frac{1}{25}$	$x = -2$
$1{,}05^x = 2$ (Verdopplungszeit)	$\approx 14{,}2$
Wachstumsfaktor bei +3 % pro Jahr?	1,03