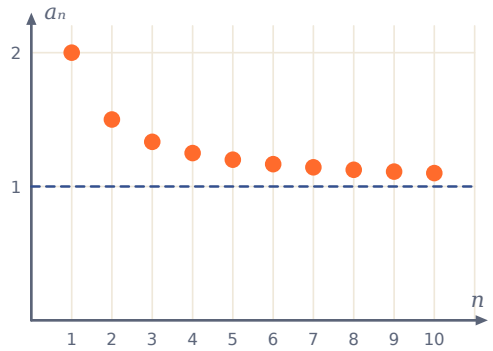
Der Grenzwert

Wohin strebt eine Folge? Konvergenz, Divergenz, Grenzwertregeln und Grenzwerte von Funktionen.

Grenzwert einer Folge

Eine Folge hat den Grenzwert a, wenn ihre Glieder a beliebig nahe kommen und nahe bleiben. Man schreibt $\lim_{n \to \infty} a_n = a$.



$a_n = 1 + \frac{1}{n}$ *strebt gegen 1*

Wichtige Grenzwerte

Folge	Grenzwert
$\frac{1}{n}$	0
qⁿ mit $\lvert q \rvert < 1$	0
$\frac{n+1}{n}$	1
$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$	$e \approx 2{,}718$

Grenzwertregeln

Grenzwerte dürfen addiert, multipliziert und dividiert werden (Nenner-Grenzwert ≠ 0). Bei Brüchen: durch die höchste Potenz von n kürzen.

Beispiele

Beispiel 1

$$\lim \frac{3n^2+1}{n^2-2} = \lim \frac{3 + \frac{1}{n^2}}{1 - \frac{2}{n^2}} = 3$$

Beispiel 2

$a_n = (-1)^n$ springt zwischen −1 und 1 → divergent

Typische Fehler

- $\infty/\infty = 1$ setzen.
- Konvergenz mit „wird immer kleiner“ verwechseln.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
$\lim \frac{5}{n}$	0
$\lim \frac{2n+3}{n-1}$	2
lim 0,8ⁿ	0
Ist $a_n = n^2$ konvergent?	nein, divergent