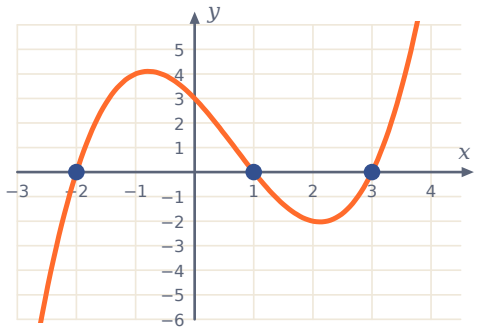
Polynomfunktion 3. Grades

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$: Verlauf, Nullstellen, Hoch-, Tief- und Wendepunkt einer kubischen Funktion.

Allgemeine Form

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$$



$f(x) = 0{,}5(x+2)(x-1)(x-3)$ *mit drei Nullstellen*

Eigenschaften

- Höchstens 3 Nullstellen, mindestens eine.
- Höchstens 2 Extremstellen (Hoch- und Tiefpunkt).
- Genau einen Wendepunkt.
- $a > 0$: von links unten nach rechts oben; $a < 0$: umgekehrt.

Nullstellen finden

Eine Nullstelle erraten (Teiler von d), dann mit Polynomdivision oder dem Horner-Schema auf eine quadratische Gleichung reduzieren.

Beispiele

Beispiel 1

$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$: $x = 1$ erraten $\rightarrow$ $(x-1)(x^2 - 5x + 6)$ $\rightarrow$ $x = 1$, 2, 3

Beispiel 2

$f(x) = x^3 - 3x$: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$ $\rightarrow$ Extremstellen $x = \pm 1$

Typische Fehler

- Glauben, es gebe immer drei Nullstellen.
- Bei der Polynomdivision Vorzeichenfehler machen.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
Nullstellen von $x^3 - 4x$	0, 2, −2
Wie viele Wendepunkte hat eine kubische Funktion?	genau einen
$x^3 - 1 = 0$ (reell)	$x = 1$
Wendestelle von $x^3 - 3x^2$	$x = 1$