Umkehrfunktionen und bijektive Funktionen

Injektiv, surjektiv, bijektiv – und wie man die Umkehrfunktion berechnet und zeichnet.

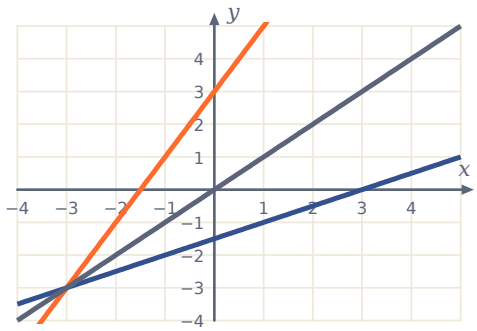
Begriffe

Eigenschaft	Bedeutung
injektiv	verschiedene x haben verschiedene y
surjektiv	jedes y der Zielmenge wird erreicht
bijektiv	injektiv und surjektiv – umkehrbar

Umkehrfunktion berechnen

- $y = f(x)$ anschreiben
- x und y vertauschen
- nach y auflösen → $f^{-1}(x)$

$$f(x) = 2x + 3 \;\rightarrow\; x = 2y + 3 \;\rightarrow\; f^{-1}(x) = \frac{x - 3}{2}$$



Der Graph der Umkehrfunktion ist $any = x$ gespiegelt

Beispiele

Beispiel 1

$f(x) = x^3 \;\rightarrow\; f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$

Beispiel 2

$f(x) = x^2$ ist auf $\mathbb{R}$ nicht injektiv $(f(2) = f(-2))$, auf [0; ∞[schon: $f^{-1}(x) =$ √x

Typische Fehler

- f^{-1}(x) mit $\frac{1}{f(x)}$ verwechseln.
- Nicht prüfen, ob die Funktion überhaupt umkehrbar ist.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
$f(x) = 4x - 1$: Umkehrfunktion?	$\frac{x+1}{4}$
$f(x) = 5 - x$: Umkehrfunktion?	$5 - x$
Ist $f(x) = x^2$ auf $\mathbb{R}$ injektiv?	nein
$f(x) = 2^x$: Umkehrfunktion?	$\log_2 x$