Quadratische Gleichungen und Ungleichungen

Die kleine und große Lösungsformel, die Diskriminante, der Satz von Vieta und quadratische Ungleichungen.

Lösungsformeln

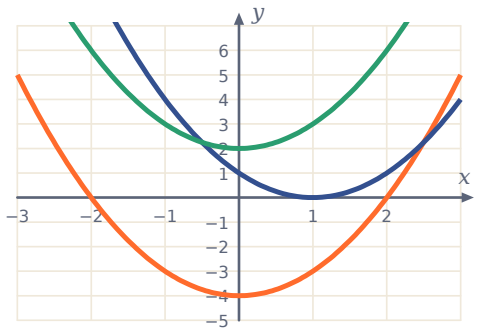
$$x^2 + px + q = 0 \;\rightarrow\; x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

kleine Lösungsformel

$$ax^2 + bx + c = 0 \;\rightarrow\; x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

große Lösungsformel

Anzahl der Lösungen



$D > 0$: *zwei,* $D = 0$: *eine,* $D < 0$: *keine reelle Lösung*

Satz von Vieta

$$x_1 + x_2 = -p \qquad x_1 \cdot x_2 = q$$

Quadratische Ungleichungen

$x^2 - 4 < 0$: Nullstellen ±2, die Parabel ist nach oben offen → $-2 < x < 2$.

Beispiele

Beispiel 1

$x^2 - 5x + 6 = 0$: $x = 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 6} = 2{,}5 \pm 0{,}5 \;\rightarrow\; x_1 = 3,\ x_2 = 2$

Beispiel 2

$2x^2 + 3x - 2 = 0$: $x = \frac{-3 \pm 5}{4} \;\rightarrow$ ½ und −2

Typische Fehler

- Bei der kleinen Formel das Vorzeichen von p übersehen.
- $x^2 = 9$ nur mit $x = 3$ lösen (-3 vergessen!).
- Durch x dividieren und eine Lösung verlieren.

Übungsaufgaben

Aufgabe	Lösung
$x^2 - 9 = 0$	$x = \pm 3$
$x^2 + 4x = 0$	$x = 0$, $x = -4$
$x^2 - 6x + 9 = 0$	$x = 3$ (doppelt)
$x^2 + 2x - 8 = 0$	2 und -4
$x^2 - x - 6 > 0$	$x < -2$ oder $x > 3$